ISTITUTO COMPRENSIVO DI GOVONE
SCUOLA SECONDARIA DI PRIMO GRADO
DI GOVONE

DOCENTI
LANO ALBERTINA,CIAVORELLA ELEONORA, SCANAVINO ELISA, BELLINO SILVIA, CIANO VITTORIA, PAVARINO DANIELA

DOCUMENTAZIONE DIDATTICA

ATTIVITÀ "INTRODUZIONE AL TEOREMA DI PITAGORA"

La nostra proposta

Attività di manipolazione volte a:

- stimolare e sviluppare la capacità di osservazione e di confronto
- esplorare la relazione tra aree di figure simili in una situazione concreta e non nota
- esplorare la relazione del teorema di Pitagora in situazioni concrete

Metodologia: lavoro a coppie per potenziare la capacità di argomentazione.

Attività 1 a

a) Incolla sul quaderno il primo quadrato che ti è stato consegnato.
b) Taglia e ricomponi i successivi due quadrati in modo da costruire un quadrato di area doppia rispetto a quello di partenza.
c) Spiega sul quaderno il procedimento che hai usato.

Risposta istintiva

“Ho misurato il lato del quadrato di partenza e ho calcolato la sua area. Ho raddoppiato l’area e ho provato a calcolare la sua radice quadrata, ma ho visto che non era un quadrato perfetto perché veniva 102,5 cm^2. Quindi ho cambiato strategia.”

Insegnante: “La consegna non diceva di calcolare, ma di ritagliare, ve ne siete accorti?”

Martino: “ho perso 15 min per fare un calcolo che non serviva!”

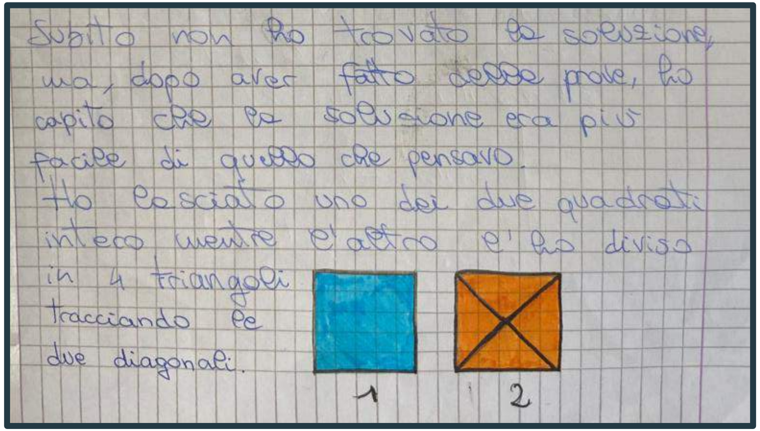
“Se il quadrato dovrà avere area doppia, allora il suo lato avrà una lunghezza doppia.”

Affermazione smentita con il posizionamento di due quadrati vicini.

Allora il quadrato di area doppia dovrà avere il lato di lunghezza pari al lato del quadrato piccolo più la sua metà.

Affermazione smentita posizionando un quadrato intero e a fianco un quadratino piccolo ottenuto dalla suddivisione in 4 parti uguali di un quadrato.

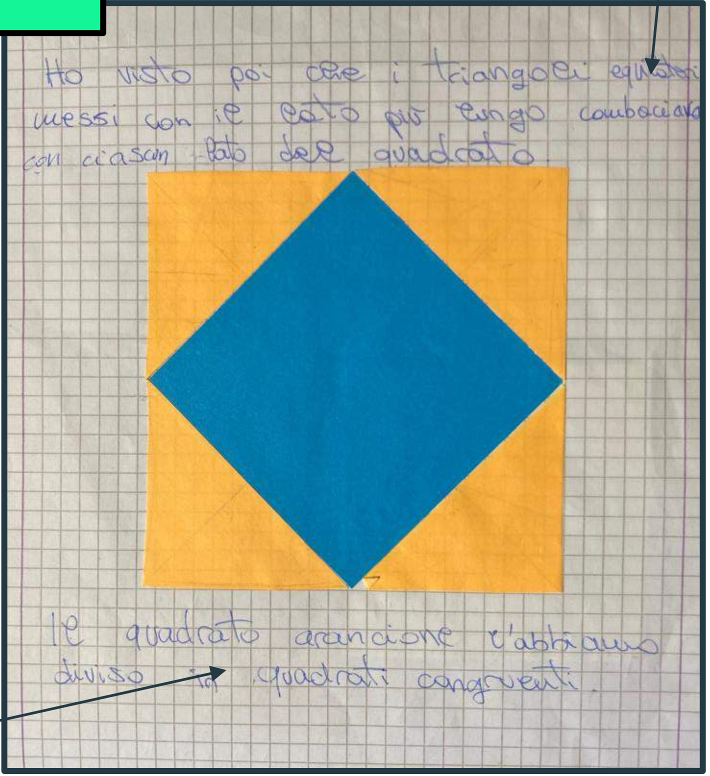
Risposte successive



Subito non ho trovato la soluzione, ma, dopo aver fatto delle prove, ho capito che la soluzione era più facile di quello che pensavo. Ho lasciato uno dei due quadrati intero mentre l'altro l'ho diviso in 4 triangoli tracciando le due diagonali.

1 2

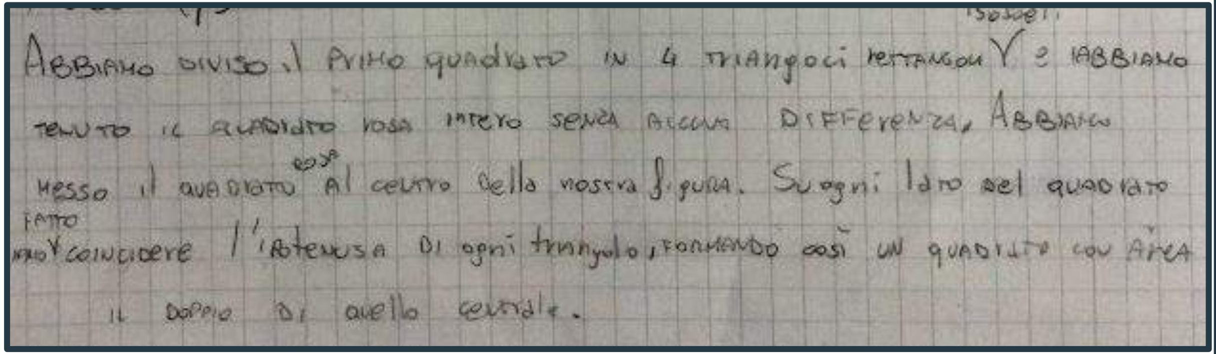
triangoli rettangoli isosceli



Ho visto poi che i triangoli equilateri messi con il lato più lungo combaciavano con ciascun lato del quadrato.

Il quadrato arancione l'abbiamo diviso in quadrati congruenti.

triangoli rettangoli isosceli congruenti



Abbiamo diviso il primo quadrato in 4 triangoli rettangoli isosceli e abbiamo tenuto il quadrato rosa intero senza alcuna differenza. Abbiamo messo il quadrato così al centro della nostra figura. Su ogni lato del quadrato abbiamo fatto coincidere l'ipotenusa di ogni triangolo, formando così un quadrato con area il doppio di quello centrale.

Abbiamo diviso ciascun quadrato in 4 triangoli rettangoli congruenti tra loro. Abbiamo ottenuto quindi in tutto 8 triangoli rettangoli che abbiamo posizionato a 2 a 2 vicini in modo che le loro ipotenuse combaciassero.

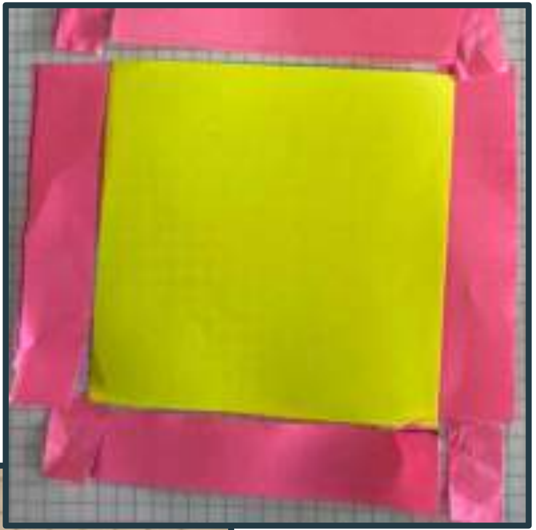
Un lato del quadrato finale corrisponde alla diagonale del quadrato iniziale.

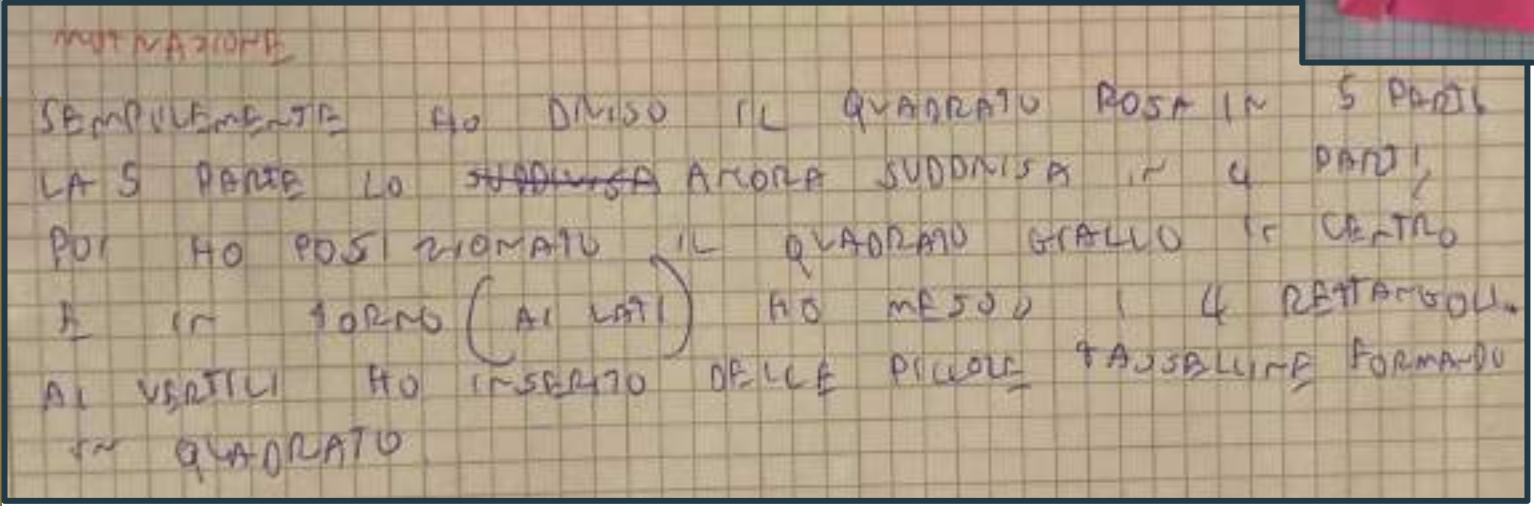
Attività 1 b

a) Con altri due quadrati riesci ad individuare un modo diverso da quello di prima?

b) Spiega sul quaderno il procedimento che hai usato.

Tentativo di ritaglio per rispondere alla consegna



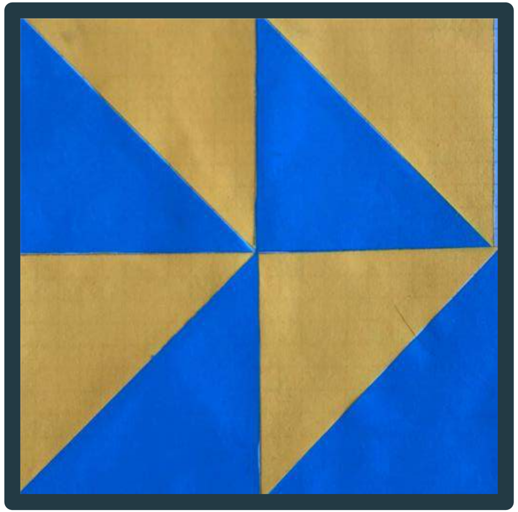

MOTIVAZIONE

SEMPLICEMENTE HO DIVISO IL QUADRATO ROSA IN 5 PARTI
LA 5 PARTE LO ~~SUDDIVISA~~ ANCORA SUDDIVISA IN 4 PARTI,
POI HO POSIZIONATO IL QUADRATO GIALLO IN CENTRO
E IN TORNO (AI LATI) HO MESSO I 4 RETTANGOLI.
AI VERTICI HO INSERITO DELLE PICCOLE TASSELLINE FORMANDO
UN QUADRATO

Inizialmente abbiamo pensato a questa solu-
zione, perché provandola non ci siamo accorte
che veniva un rettangolo.

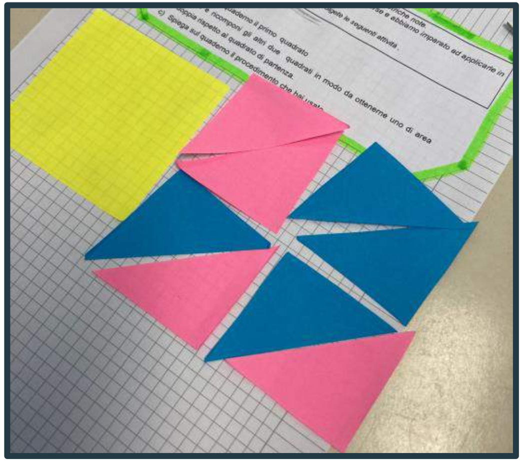
Poi abbiamo
pensato che, invece
di formare dei
rettangoli con i
due quadrati,
potevamo formare
dei quadrati, ~~…~~
non piccoli perché
equivalevano ad $\frac{1}{2}$
dei rettangolini
che avevamo costruito
in precedenza, ma

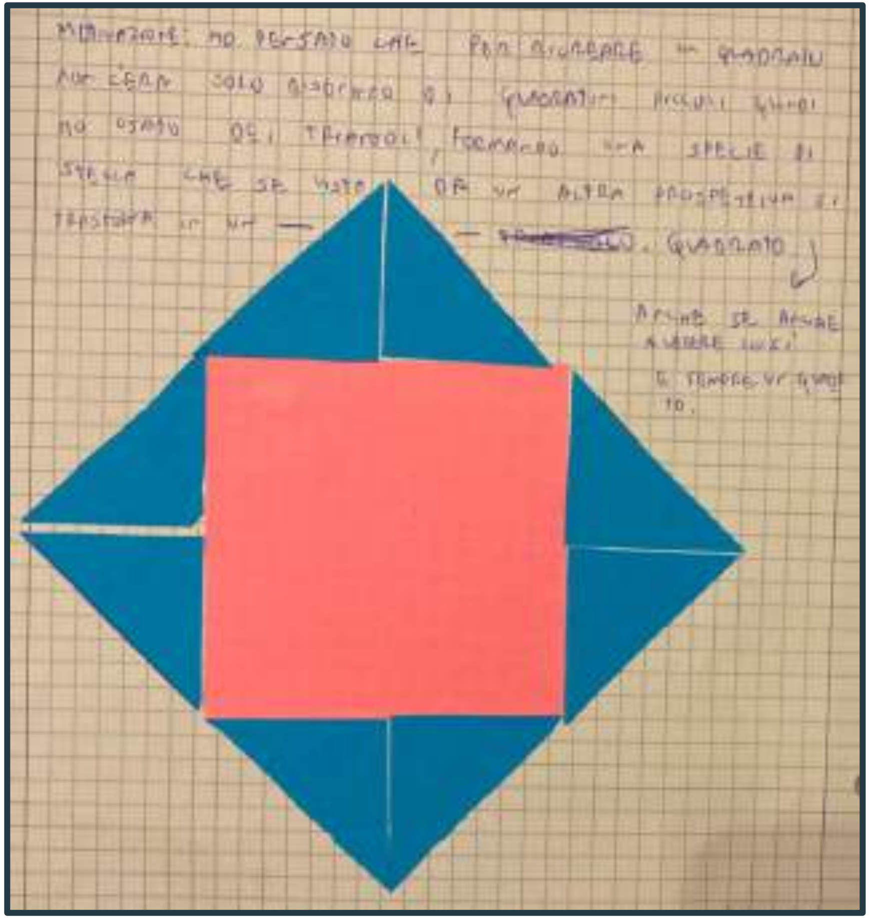
dei quadrati grandi,
precisamente 4
(non 2 perché
sennò venivano
fuori 2 rettangoli)
e, essendo che aveva-
mo a disposizione
2 quadrati, li abbia-
mo divisi in 4
triangoli rettangoli

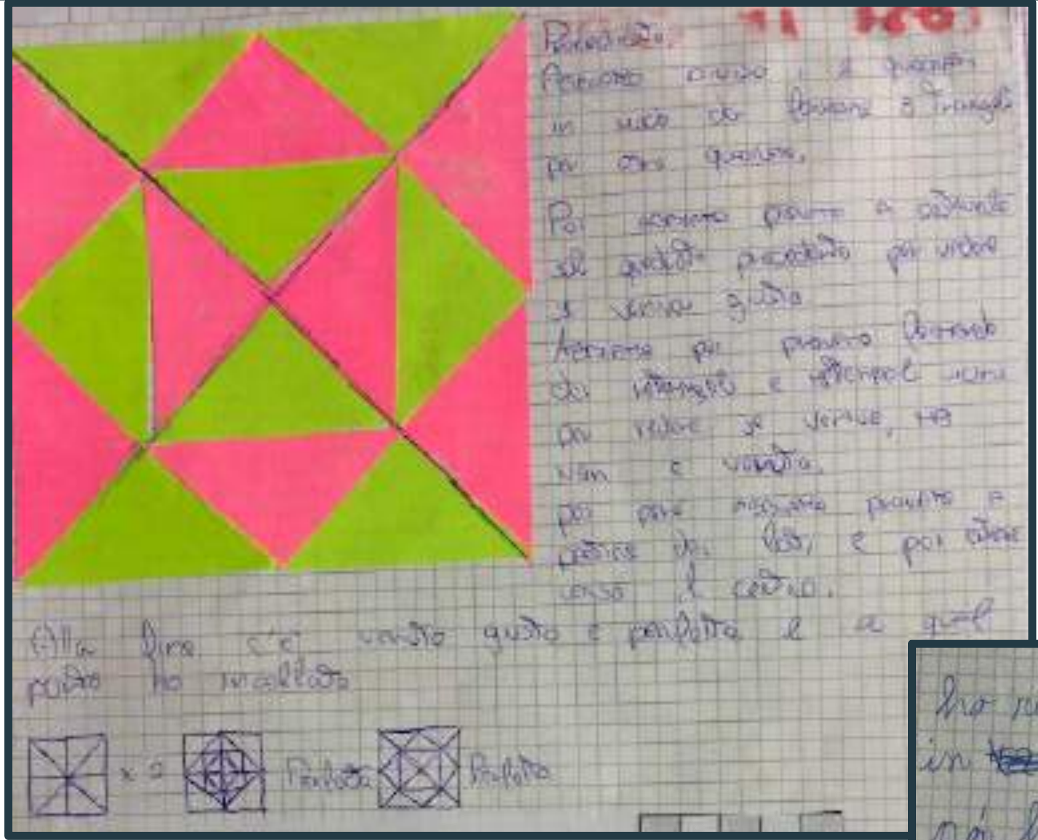


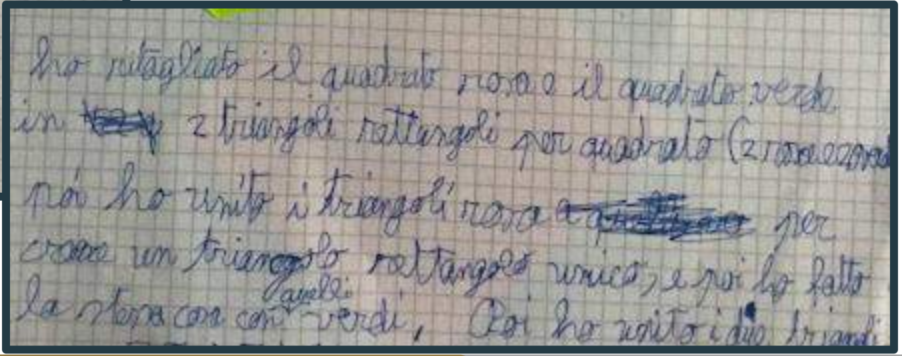
Abbiamo piegato i due quadrati a metà sovrapponendo i vertici opposti di ciascun quadrato (quindi piegandoli lungo le loro diagonali) e abbiamo assemblato i 4 triangoli ottenuti in modo da formare un quadrato di area doppia rispetto al primo. Il primo triangolo ottenuto lo abbiamo posizionato a testa in giù con l'angolo di 90° in basso. I 4 triangoli sono infatti dei triangoli rettangoli e sono anche isosceli e facendo combaciare due di essi in corrispondenza dei due angoli acuti si ottiene un angolo retto. Abbiamo poi ragionato sulla simmetria per disporre tutti e 4 i triangoli.

Altre rappresentazioni.



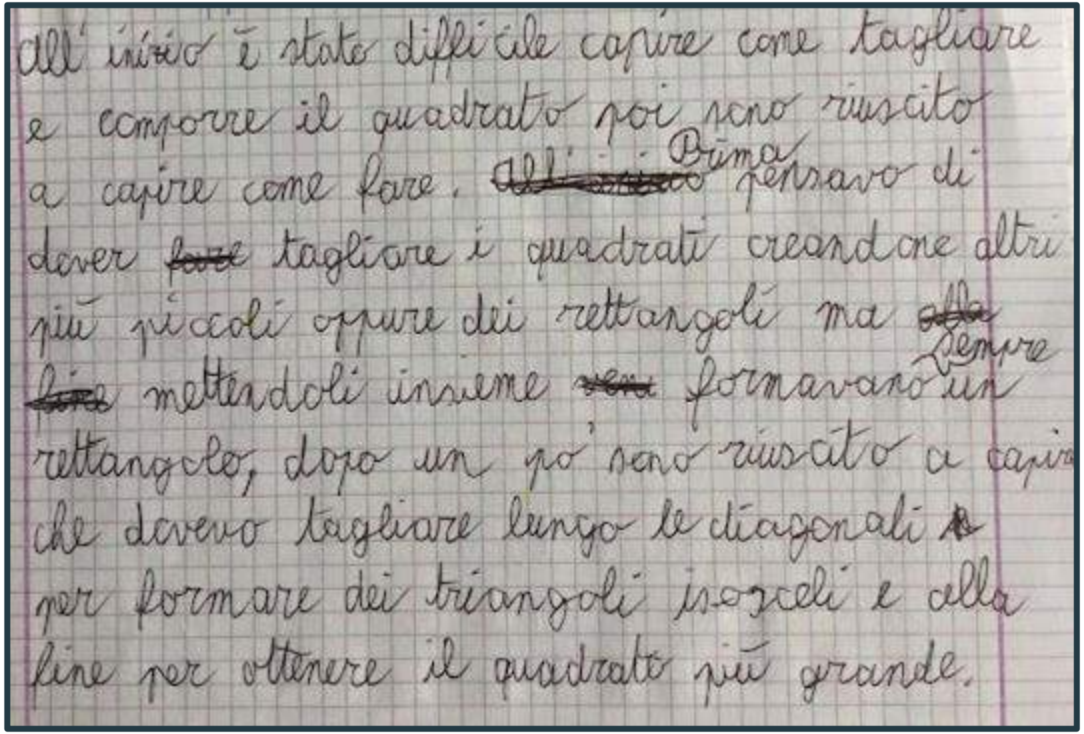




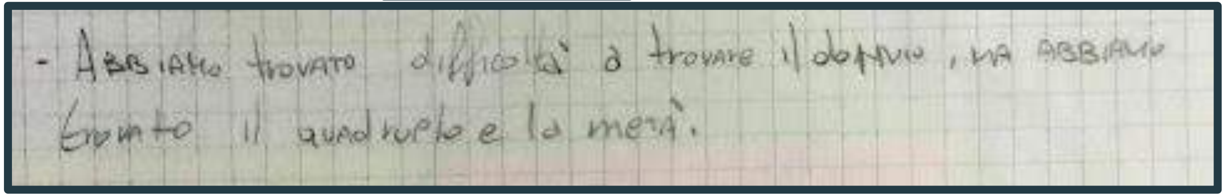

ho ritagliato il quadrato rosa e il quadrato verde
in 2 triangoli rettangoli per quadrato (2 rosa e 2 verdi)
poi ho unito i triangoli rosa e per
creare un triangolo rettangolo unico, e poi ho fatto
la stessa cosa con quelli verdi, Poi ho unito i due triangoli

DIFFICOLTA' INCONTRATE

Il primo metodo è stato prendere il primo quadrato e metterlo al centro del foglio. Poi abbiamo preso il secondo quadrato e lo abbiamo piegato a metà lungo un'altezza e poi ancora a metà ottenendo 4 rettangoli che abbiamo disposto lungo i quattro lati del quadrato intero, ma ci siamo accorti che mancano dei pezzettini a ricoprire gli angoli del quadrato intero.



All'inizio è stato difficile capire come tagliare e comporre il quadrato poi sono riuscito a capire come fare. ~~All'inizio~~ Prima pensavo di dover ~~fare~~ tagliare i quadrati creandone altri più piccoli oppure dei rettangoli ma ~~alla~~ sempre ~~fine~~ mettendoli insieme ~~ven~~ formavano un rettangolo, dopo un po' sono riuscito a capire che dovevo tagliare lungo le diagonali ~~a~~ per formare dei triangoli isosceli e alla fine per ottenere il quadrato più grande.



- ABBIAMO trovato difficoltà a trovare il doppio, MA ABBIAMO trovato il quadruplo e la metà.

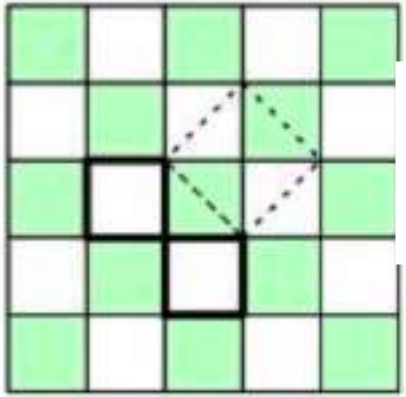
CONSIDERAZIONI FINALI PRIMA ATTIVITÀ

Sara: “Quindi possiamo dire che pur variando la disposizione delle varie parti ottenute il lato del quadrato finale deve essere lungo quanto la diagonale del quadrato iniziale.”

Arianna: “Io ho notato che la diagonale del quadrato finale è il doppio del lato del quadrato di partenza.”

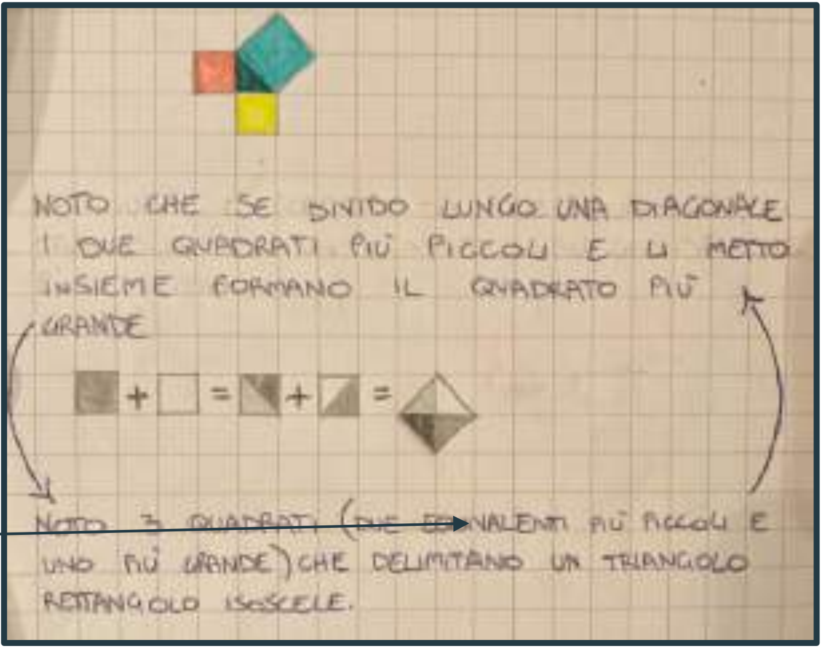
SIETE SICURI?

Mark: “Ho sovrapposto i due lati e combaciavano”.



Attività 2

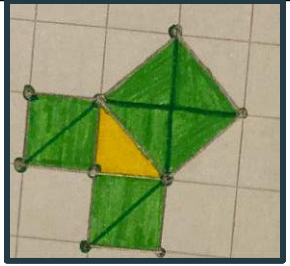
Osserva la seguente figura che rappresenta un pavimento. Trovi delle relazioni tra le figure messe in evidenza? Spiega sul quaderno il procedimento che hai usato.



due congruenti

Presentazione del lavoro da parte degli studenti e discussione dei vari metodi risolutivi.

Lavorando come ho fatto nel disegno ho capito che il quadrato più grande è l'insieme di quelli + piccoli
il quadrato grande è simile a quelli che abbiamo fatto nell'attività precedente
il triangolo al centro che si forma è un triangolo rettangolo.

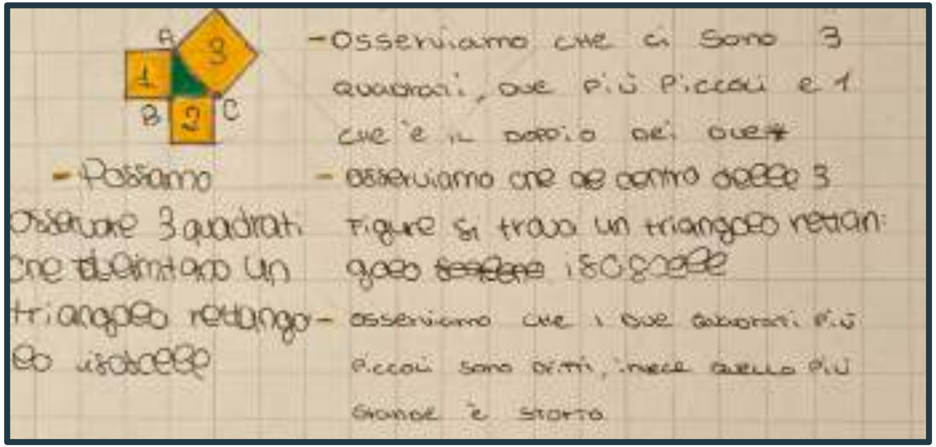


Io ho osservato due quadrati piccoli, un triangolo rettangolo isoscele e un quadrato grande ruotato di 90°.
Il terzo quadrato è più grande delle altre figure.
Il triangolo rettangolo isoscele è la metà dei due quadrati piccoli.
Se contiamo anche il triangolo ci sono in tutto 4 figure.
Il triangolo rettangolo isoscele è $\frac{1}{4}$ del quadrato grande.
Il quadrato grande è formato da 4 triangoli rettangoli isosceli

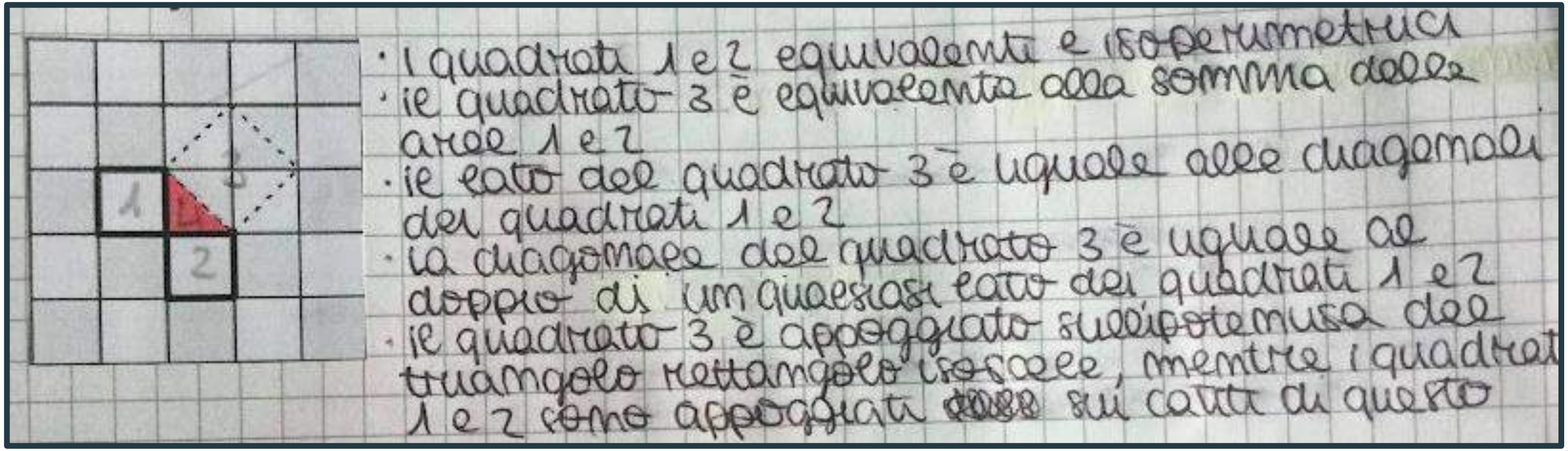
In questa figura vedo 3 quadrati, 2 più piccoli e 1 più grande, che ha area doppia dei 2 quadrati piccoli. I 3 quadrati sono collegati tramite 3 vertici non adiacenti che formano un triangolo rettangolo che equivale ad $\frac{1}{2}$ dei quadrati piccoli.

Il lato del quadrato grande misura tanto quanto la diagonale di un quadrato piccolo.
L'ipotenusa del triangolo rettangolo isoscele, essendo uno dei lati del quadrato grande, misura quanto la diagonale di un quadrato piccolo.
Il triangolo rettangolo isoscele è contenuto 2 volte nei quadrati piccoli e 4 volte nel quadrato grande.

Riepilogo e individuazione del nodo principale della lezione.

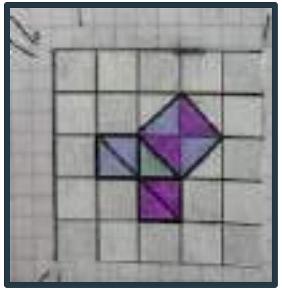


- Osserviamo che ci sono 3 quadrati, due più piccoli e 1 che è il doppio dei due
- Osserviamo che al centro delle 3 figure si trova un triangolo rettangolo ~~isoscele~~ isoscele
- Osserviamo che i due quadrati più piccoli sono dritti, invece quello più grande è storto
- Possiamo osservare 3 quadrati che delimitano un triangolo rettangolo isoscele



- I quadrati 1 e 2 equivalenti e isoperimetrici
- il quadrato 3 è equivalente alla somma delle aree 1 e 2
- il lato del quadrato 3 è uguale alle diagonali dei quadrati 1 e 2
- la diagonale del quadrato 3 è uguale al doppio di un qualsiasi lato dei quadrati 1 e 2
- il quadrato 3 è appoggiato sull'ipotenusa del triangolo rettangolo isoscele, mentre i quadrati 1 e 2 sono appoggiati ~~[illegible]~~ sui cateti di questo

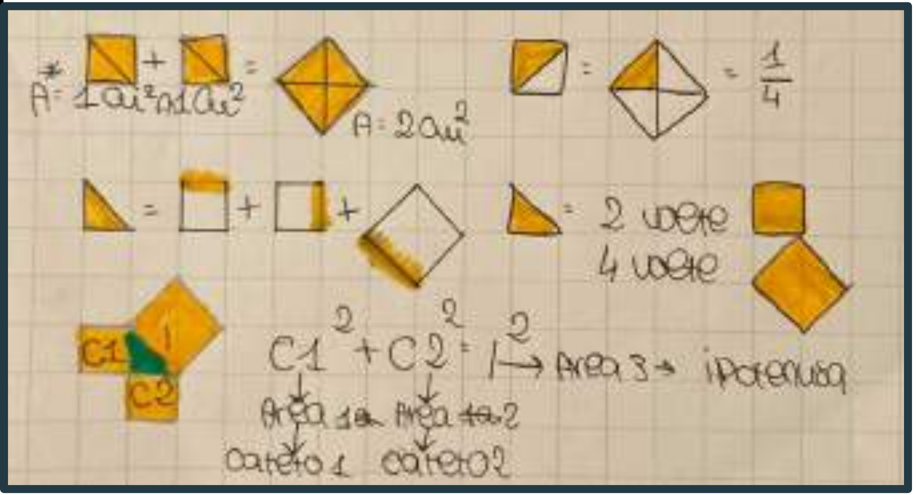
Conclusioni ottenute in seguito a riflessione e verbalizzazione scritta individuale rispondendo a quesiti posti dall'insegnante.



Vediamo un triangolo rettangolo isoscele un, quadrato per ogni cateto e un quadrato sull'ipotenusa [l'area del quadrato costruito sull'ipotenuse è equivalente alla sommna delle aree ~~a~~ posto sull'ipotenusa

IN UN TRIANGOLO RETTANGOLO ISOSCELE L'AREA del QUADRATO COSTRUITO sull'IPOTENUSA è EQUIVALENTE alla SOMMA delle AREE dei QUADRATI COSTRUITI sui CATETI

GENERALIZZIAMO PER I TRIANGOLI RETTANGOLI ISOSCELI



Il quadrato 3 si trova/appoggiato sull'ipotenusa del triangolo rettangolo isoscele che ha i cateti appoggiati ai 2 lati dei 2 quadrati rossi. Quindi la somma dei 2 quadrati appoggiati sui 2 cateti è equivalente all'area del quadrato appoggiato sull'ipotenusa.

IN UN TRIANGOLO RETTANGOLO ISOSCELE L'AREA DEL QUADRATO COSTRUITO SULL'IPOTENUSA È EQUIVALENTE ALLA SOMMA DELLE AREE DEI QUADRATI COSTRUITI SUI CATETI

COSA HANNO IN COMUNE LE TRE ATTIVITÀ?

nelle prime due richieste abbiamo lavorato tagliando i quadrati in metà e metà della metà come è raffigurato il quadrato n. 3.

OSSERVAZIONI 2)

la diagonale del quadrato 1-2 è uguale al lato del quadrato 3

Una cosa in comune è che per formare un quadrato il doppio di quello iniziale in un caso bisogna dividere i quadrati iniziali a metà per formare il doppio. Un'altra cosa è che nella figura sopra rappresentata abbiamo 2 quadrati interi che rappresentano quelli che noi abbiamo tagliato.

... area quadrata rispetto a quella di partenza rossi.

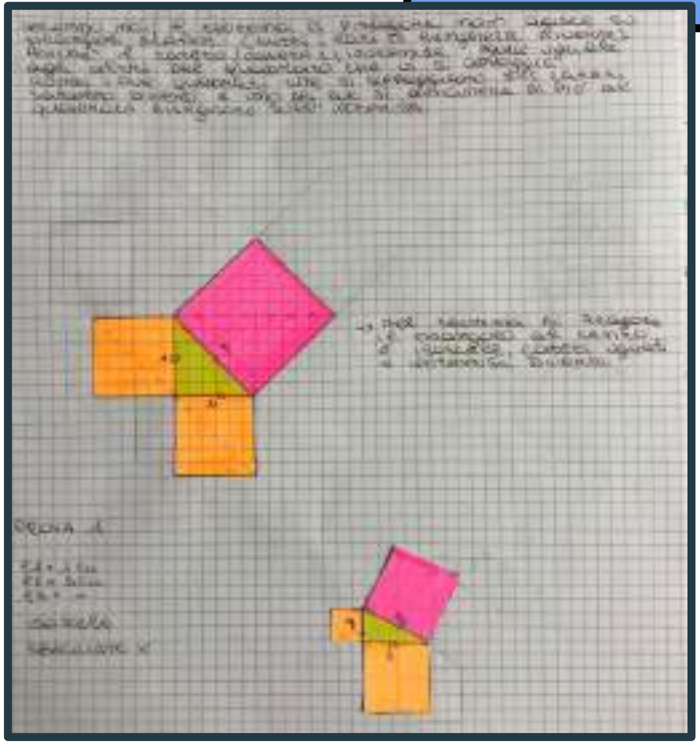
DOMANDA 2. COSA HANNO IN COMUNE LE 3 ATTIVITÀ?

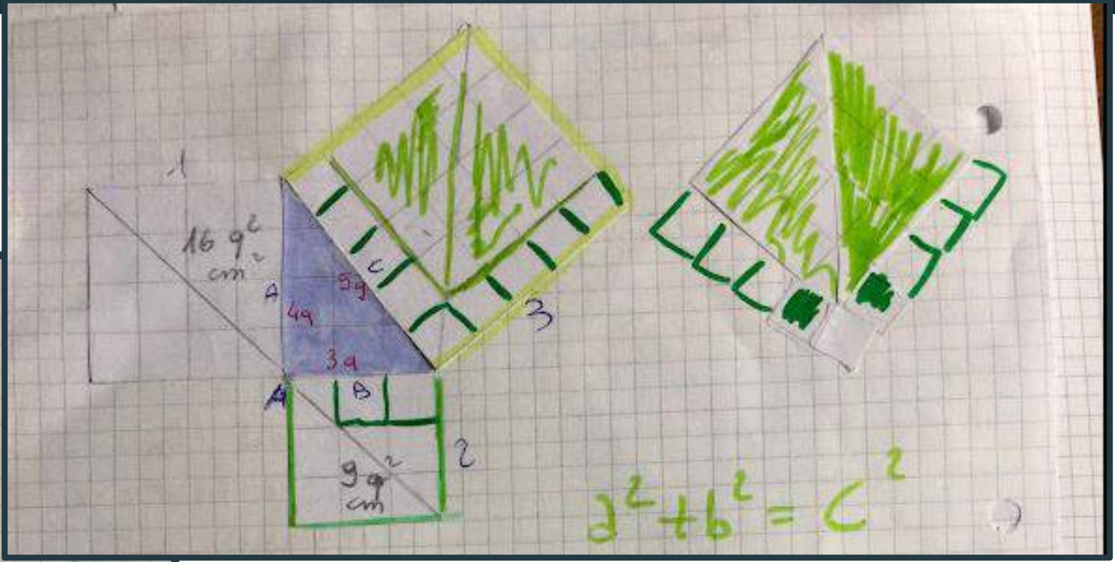
1) In tutte e 3 le attività bisogna trovare e capire la soluzione delle domande che centrano con il doppio del quadrato/i dato/i.

2) In tutte e tre non c'è bisogno di fare calcoli per trovare la soluzione.

3) In tutti e 3 i quadrati sono stati quasi tutti divisi a metà in più triangoli.

E se il triangolo rettangolo non è isoscele?





Sì, è possibile perchè se metto i 2 triangoli rettangoli isosceli all'interno di quello verde chiaro e ho formato il quadrato medio (potevo anche lasciarlo così). Poi ho notato che mi avanzavano 9 quadretti di quello scuro verde. e li ho posizionati sul quadrato verde chiaro.

Area q1 = 4 cm · 4 cm = 16 cm² o q

q2 = 3 cm · 3 cm = 9 cm² o q

q1 + q2 = 25 cm² o q

Area q3 = 5 cm · 5 cm = 25 cm² o q

terna Pitagorica Fondamentale